MATEMÁTICAS
1º ESO

$f(x)$

ACADEMIA TAMARGO, S.L.U.

SÍGUENOS EN:

ACADEMIA TAMARGO, S.L.U.

Índice de contenidos

CONTENIDO

NÚMEROS REALES 5
CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES 5
POTENCIAS 6
CONSIDERACIONES SOBRE LAS POTENCIAS 7
OPERACIONES CON POTENCIAS 7
DIVISIBILIDAD 8
CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD 8
MÁXIMO COMÚN DIVISOR 8
MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO 8
REGLA DE LOS SIGNOS 9
RAZONES DE DOS NÚMEROS 9
PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS RAZONES 9
OPERACIONES CON FRACCIONEs 9
CALCULO DE FRACCIONES GENERATRICES 10
NÚMEROS MIXTOS 11
JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES 12
MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES 12
REGLA DE TRES DIRECTA 12
MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES 13
REGLA DE TRES INVERSA 13
REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES 14
REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES 14
PORCENTAJES 15
DESCUENTO PORCENTUAL 15
INCREMENTO PORCENTUAL 16
ESCALAS: PLANOS Y MAPAS 16
SISTEMA MÉTRICO DECIMAL 16
MEDIDAS DE LONGITUD 16
MEDIDAS DE SUPERFICIE 17
MEDIDAS DE VOLUMEN 17
MEDIDAS DE PESO 18
ECUACIONES DE PRIMER GRADO 18

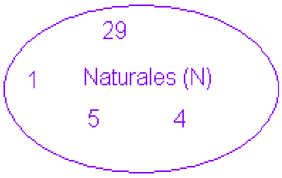
RESOLUCIÓN ECUACIONES DE PRIMER GRADO 18
RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CONDENOMINADORES. 18
FIGURAS PLANAS PROPIEDADES MÉTRICAS 19
PROPIEDADES MÉTRICAS DE LAS FIGURAS PLANAS. 19
FIGURAS PLANAS 21
CUERPOS GEOMÉTRICOS 22
EXPRESIÓN GRÁFICA 23
DEFINICIONES PREVIAS 23
CONSTANTES Y VARIABLES 23
FUNCIÓN AFÍN 24

NÚMEROS REALES

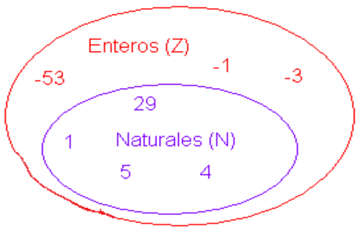
CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES

Números Naturales(N): Son los que permiten contar los elementos de un conjunto.

Con ellos podemos contar los elementos de un conjunto, expresar la posición u orden de un elemento e identificar y diferenciar los diferentes elementos del conjunto. Dependiendo de los autores el 0 se puede considerar natural o no.

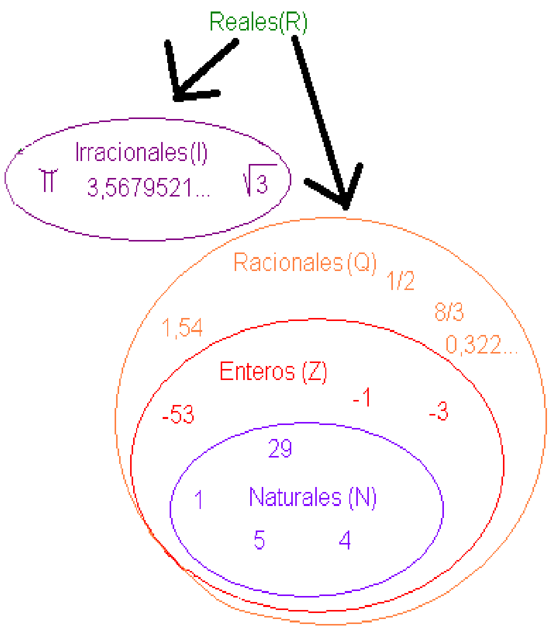


Números Enteros (Z): Contiene a los números naturales a sus opuestos y al cero.



Llamaremos Número real a un número que puede ser racional (Q)(números que pueden expresarse como fracción) o irracional (I)(números que no pueden expresarse como cociente exacto de dos números enteros). Por consiguiente, el conjunto de los números reales es la unión del conjunto de números racionales y el conjunto de números irracionales.

- El conjunto de los números reales es el conjunto de todos los números que corresponden a los puntos de la recta.
- Al conjunto de los números reales es el conjunto de todos los números que pueden expresarse con decimales infinitos periódicos o no periódicos. El conjunto de los números reales es denotado por R.



Nota: En la Figura anterior vemos como cada grupo engloba al anterior. Menos en el caso de los números Irracionales

Ejemplo: El número 5 es natural (N), Entero (Z), Racional (Q) y Real(R)

OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

En el conjunto de los números reales se encuentran definidas cuatro operaciones básicas que son: la adición, la multiplicación, la sustracción y la división.

ADICIÓN DE NÚMEROS REALES

Adición de números reales: es una operación que asocia a cada par de números reales a y b, llamados sumandos, un único número real c, llamado suma de a y b la adición es una función definida así:

$\boxed{a+b=c}$ Ejemplo: $3+5=8$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS REALES

Sustracción de números reales: Es la operación inversa de la adición, mientras en la adición se dan los sumandos y se trata de calcular la suma.

En la sustracción se da el minuendo y el sustraendo y se trata de calcular la diferencia:

$\boxed{m-s=d}$ Ejemplo: $3{,}52-2{,}1=1{,}42$

MULTIPLICACIÓN

Multiplicación de números reales: es una operación que asocia a cada par de números reales a y b, llamados factores; un único número real c, llamado producto de a y b. La multiplicación es una función definida así:

$\boxed{a\times b=c}$ Ejemplo: $\frac{3}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{4}$

DIVISIÓN

División de números reales: es la operación inversa de la multiplicación, mientras en la multiplicación se dan los factores y se trata de calcular el producto. En la división se da el producto llamado ahora dividendo y un factor llamado ahora divisor y se trata de calcular el otro factor, llamado cociente.

$\boxed{\frac{dividendo}{divisor}=cociente}$ Ejemplo: $\frac{6}{3}=2$

Nota: Recordemos que la fórmula de la prueba de la división era:

Dividendo = divisor x cociente + resto

POTENCIAS

Potencia de un número: Muestra cuantas veces se usa el número en una multiplicación. Donde al número se le llama base y a las veces que se repite exponente.
Ejemplo: 2^3 = 2x2x2 (la base es 2 y el exponente 3).

CONSIDERACIONES SOBRE LAS POTENCIAS

1) Toda potencia de exponente 1 es igual a la base.
   Ejemplo : $a^1 = a$; $3^1=3$

2) Toda potencia de exponente 0, es igual a la unidad.
   Ejemplo: $a^0 = 1$; $3^0=1$

3) Toda potencia de base uno es igual a la unidad.
   Ejemplo: $1^3 = 1x1x1 = 1$

4) Para obtener potencias de base 10, se escribe la unidad seguida de tantos ceros, como unidades tiene el exponente.

   Ejemplo: $10^3=1000$

5) Al elevar los dos miembros de una igualdad a una potencia, resulta otra igualdad.
   $a = b \Rightarrow a^3 = b^3$

OPERACIONES CON POTENCIAS

1. **El producto de potencias de igual base**, es otra potencia que tiene la misma base y como exponente, la suma de los exponentes.

   $a^m \times a^n = a^{m+n}$ Ejemplo: $3^2 \times 3^3 = 3^5$

2. **El cociente de potencias de la misma base**, es otra potencia que tiene la misma base, y como exponente, la diferencia de los exponentes.
   $a^m : a^n = a^{m-n}$ Ejemplo: $3^3 : 3^2 = 3^{3-2} = 3^1 = 3$

3. **El producto de potencias del mismo exponente**, es otra potencia que tiene el mismo exponente y, como base, el producto de las bases.
   $a^m \times b^m \times c^m = (a \times b \times c)^m$ Ejemplo: $2^3 \times 3^3 \times 10^3 = 60^3$

4. **El cociente de potencias del mismo exponente**, es otra potencia que tiene el mismo exponente y como base, el cociente de las bases.
   $a^m : b^m = (a/b)^m$ Ejemplo: $12^3 : 3^3 = 4^3$

5. **La potencia de una potencia**, es otra potencia que tiene la misma base y como exponente el producto de los exponentes.
   $(a^m)^n = a^{m \times n}$ Ejemplo: $(3^3)^2 = 3^6$

DIVISIBILIDAD

Un número es divisible por otro cuando la división del primero por el segundo es exacta

Múltiplos- Un número se dice que es múltiplo de otro cuando es el resultado de multiplicar
Divisores-Se dice que un número es divisor de otro cuando lo divide exactamente
Número primo- Es aquel que sólo es divisible por si mismo o por la unidad.
(Para averiguar si un número es primo se divide ordenadamente por todos los números primos menores que él. Cuando sin resultar divisiones exactas, se va a obtener un cociente menor o igual al divisor, se dice que el número es primo.)

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Divisibilidad por 2- Un número es divisible por 2 cuando termina en 0 o cifra par
Divisibilidad por 3- Un número es divisible por 3 cuando lo es la suma de sus cifras
Divisibilidad por 4- Un número es divisible por 4 cuando las dos últimas cifras de la derecha son ceros o forman un número múltiplo de 4
Divisibilidad por 5- Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5
Divisibilidad por 11- Un número es divisible por 11 cuando lo es la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan el lugar par y la suma de las cifras que ocupan el lugar impar. También lo es cuando da 0.
Divisibilidad por 10,100,1000....- Un número es divisible por 10,100,1000... si termina en 1,2,3,...ceros , sucesivamente

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

M.C.D. de varios números es el mayor número que divide a todos exactamente.

El M.C.D. es el producto de los factores comunes a todos los números con el menor exponente con que figuren.

Ejemplo: En una boda han asistido 140 adultos y 42 niños. Se quieren hacer mesas iguales los más grandes posibles sin mezclar niños y adultos

$$\left.\begin{array}{r} 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \end{array}\right\} M.C.D. = (comunes\ al\ menor\ exponente)\ 2 \cdot 7 = 14\ comensales\ por\ mesa$$

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

m.c.m. es el más pequeño de los múltiplos comunes

m.c.m. es el producto de los factores comunes y no comunes al mayor exponente.

Ejemplo Tres autobuses acaban de coincidir en una parada, si sabemos que uno pasa cada 12 minutos, otro cada 18 min. y otro cada 34 min. ¿En cuánto tiempo volverán a coincidir?

$$\left.\begin{array}{r} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 34 = 2 \cdot 17 \end{array}\right\} m.c.m. = (comunes\ y\ no\ comunes\ al\ mayor\ exponente)\ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 17 = 612\ min.$$

612 minutos, es decir coincidirán cada 10 horas y 12 minutos.

REGLA DE LOS SIGNOS

+ * + = +   - * - = +   + * - = -   - * + = -

RAZONES DE DOS NÚMEROS

Razón-Razón de dos números es el cociente indicado de ambos

Se compone de dos términos a y b de los cuales a es el denominador y b es el numerador. $\frac{a}{b}$
Razón de a y b

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS RAZONES

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$ El producto de los medios es igual al producto de los extremos

OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMA/RESTA DE DOS O MAS FRACCIONES

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$$

1) Hacemos mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$\left.\begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 4 = 2 \cdot 2 = 2^2 \\ 5 = 5 \end{array}\right\} \text{m.c.m.} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

2) *PONEMOS EL M.C.M. COMO DENOMINADOR COMÚN A TODAS LAS FRACCIONES. Y DIVIDIMOS EL M.C.M. POR EL DENOMINADOR INICIAL DE CADA FRACCIÓN Y MULTIPLICAMOS POR EL NUMERADOR INICIAL DE CADA FRACCIÓN.*

En nuestro ejemplo.
60 : 3 = 20
60 : 4 =15
60 : 6 = 10

$$\frac{20 \cdot 1 + 15 \cdot 3 - 10 \cdot 5}{60}$$

3) *OPERAMOS*

$$\frac{20 + 45 + 50}{60} = \frac{115}{60} = \frac{23}{12}$$

MULTIPLICACIONES DE FRACCIONES

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}$$

Multiplicamos los numeradores de cada fracción entre si y nos da el numerador de la fracción resultado a continuación multiplicamos los denominadores entre si y nos da el denominador de la fracción resultado.

$$\frac{2\cdot4\cdot1}{3\cdot5\cdot2}=\frac{8}{30}$$

En este caso podemos simplificar di entre 2 para que nos quede una fracción más manejable y nos quedaría $\frac{4}{15}$. Si nos damos cuenta esta operación ya la podíamos hacer antes ya que un 2 que multiplica y uno que divide se van.

DIVISIONES DE FRACCIONES

$$\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$$

1) Multiplicas en cruz. Empiezas y acabas en el mismo lugar, imaginemos que es una bola de billar; Si empiezas por **el numerador** de la primera fracción vas al denominador de la segunda fracción “rebota” y llegas **al numerador** de la fracción resultado.

$$\frac{1}{3}:\frac{2}{5}=\frac{1\cdot5}{3\cdot2}=\frac{5}{6}$$

CALCULO DE FRACCIONES GENERATRICES

DECIMALES EXACTO

La fracción generatriz de un decimal exacto es una fracción que tiene por numerador al número, escrito sin coma decimal, y por denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tiene.

$$0{,}24=\frac{24}{100}$$

DECIMALES PERIÓDICOS PUROS

Consideramos al decimal $4,\overset{\frown}{31}$= 4,31313131, al que llamaremos x.

X= 4,3131313131…..

Si multiplicamos los dos miembros por 100 (un uno seguido de tantos ceros como cifras tiene el período) obtenemos:

100x = 431,31313131….

Restando miembro a miembro las dos igualdades:

$$\begin{aligned} 100x &= 431'313131....\\ x &= 4'313131....\\ \hline 99x &= 431 - 4 \end{aligned} \qquad x = \frac{427}{99}$$

La fracción generatriz de un decimal periódico puro es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma y periodo, menos el número formado por las cifras anteriores a la coma. Por denominador tiene tantos nueves como cifras decimales hay en el periodo.

También podemos hallar la fracción generatriz por la anterior definición. Que es un método más rápido aunque a nuestro entender más difícil de que nos acordemos en un futuro.

DECIMALES PERIÓDICOS MIXTOS

Consideramos el decimal $1,0\overset{\frown}{63}$ al que llamamos x:

X= 1,06363636363….

Si multiplicamos los dos miembros por 10 (un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales haya antes del periodo) obtenemos el decimal periódico puro:

10x= 10,63636363…

Multiplicamos los dos miembros de la igualdad obtenida por 100 (un unos seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el periodo) y obtenemos:

1000x= 1063,63636363…

Restando las dos últimas igualdades:

$$\begin{aligned} 1000x &= 1063'636363.....\\ 10x &= 10'636363.....\\ \hline 990x &= 1063 - 10 \end{aligned} \qquad x = \frac{1053}{990}$$

La fracción generatriz de un decimal periódico mixto es una fracción que tiene por numerador al propio número, escrito sin los signos coma periodo, menos el número formado por las cifras anteriores al periodo quitándole la coma. Por denominador tiene tantos nueves como cifras hay en el periodo seguidos de tantos ceros como cifras hay entre la coma y el periodo.

NÚMEROS MIXTOS

Todas las fracciones mayores que la unidad se pueden expresar en forma de número mixto.

Hay dos casos:

- Primero. **Pasar de fracción a número mixto**. Ejemplo 8/5. Se hace la división 8:5= 1 y el resto es 3. Por tanto: 1 es el número natural y 3 es el numerador de la fracción y le denominador no cambia, es decir 5.

$$\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

- Segundo: **Pasar de número mixto a fracción**. El numero natural se multiplica por el denominador y se suma el numerador. Ejemplo 1 + 2/3. Operamos: 1X3 = 3+2 = 5

$$1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$$

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

1. **Paréntesis de los interiores a los exteriores**
2. **Potenciación y radicación según encontremos de izquierda a derecha.**
3. **Multiplicación y división según encontremos de izquierda a derecha**
4. **Sumas y restas.**

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando:

I) A una cantidad determinada de la primera la corresponde una cantidad determinada de la segunda
II) Al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por dicho número.

REGLA DE TRES DIRECTA

La regla de tres simple directa se fundamenta en una relación de proporcionalidad, por lo que:

B --------------------------- A

Y --------------------------- X

$$\frac{B}{A}=\frac{Y}{X}=k \qquad\qquad X=\frac{A\cdot Y}{B}$$

Donde **k** es la constante de proporcionalidad, para que esta proporcionalidad se cumpla tenemos que a un aumento de **A** le corresponde un aumento de **B** en la misma proporción.

B es a **A** directamente, como **Y** es a **X**, siendo **X** igual al producto de **A** por Y dividido entre **B**.

Ejemplo:
Una bomba de agua tarda 20 minutos en verter 4000 litros de agua. ¿Cuánto tardará en llenar una piscina de 1500 litros?

4000———— 20

1500 ————x

*Para llenar menos litros echará menos tiempo. Por lo tanto, observamos que si disminuyen los litros también disminuye el tiempo. Por tanto, es directamente proporcional.
Colocamos las magnitudes en forma de razón y despejamos la x.

$$\frac{4000}{150} = \frac{20}{x}$$

$$x = \frac{1500\ x\ 20}{4000} = 7{,}5\ minutos = 7\ minutos\ y\ 30\ segundos$$

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, cuando:

I) A una cantidad determinada de la primera le corresponde otra cantidad determinada de la segunda
II) Al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda dividida o multiplicada por dicho número.

REGLA DE TRES INVERSA

B --------------------------- A

Y --------------------------- X

En la regla de tres simple inversa, en la relación entre los valores se cumple que:

$$B \cdot A = X \cdot Y = e \qquad\qquad X = \frac{B \cdot A}{Y}$$

Donde **e** es un producto constante, para que esta constante se conserve, tendremos que un aumento de **A**, necesitara una disminución de **B**, para que su producto permanezca constante, Y viceversa.

Ejemplo:
Una cuadrilla de 6 obreros construye una casa en 12 semanas. ¿Cuánto tardarán 3 obreros trabajando en las mismas condiciones?

6 ——— 12

3 ——— x

*Observamos que si son menos obreros van a tardar más días. Por lo tanto, si una aumenta la otra disminuye y viceversa. Si una disminuye, la otra aumenta. Por lo tanto, es inversamente proporcional.
Colocamos las magnitudes en forma de razón y como es inversa la que no lleva x la invertimos cambiando el numerador y el denominador, y despejamos la x.

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{x} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{12}{x}$$

$$x = \frac{6\ x\ 12}{3} = \frac{72}{3} = 24\ semanas$$

REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Repartir un número dado M en partes directamente proporcionales a varios dados a a_1, a_2 , a_3,------es hallar otros números b_1 , b_2, b_3,------- proporcionales a ellos y cuyo total sea M

$$\frac{b_1}{a_1}=\frac{b_2}{a_2}=\frac{b_3}{a_3}=......=\frac{b_1+b_2+b_3+\dots}{a_1+a_2+a_3+\dots}=\frac{M}{a_1+a_2+a_3+\dots}$$

Consiste en que dadas unas magnitudes de un mismo tipo y una magnitud total, calcular la parte correspondiente a cada una de las magnitudes dadas.

Vamos a resolver el siguiente ejercicio de una forma práctica.

Un padre reparte 4500 € entre sus tres hijos de 2, 5 y 8 años de edad, proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

1) Sumar los elementos sobre los que voy a repartir 2+5+8=15

2) Multiplicamos por cada edad y dividimos del total de la suma de las edades

   Cada hijo recibirá:

$$Hijo\ de\ 2\ años\ \rightarrow \frac{4500}{15}\cdot 2=600€$$

$$Hijo\ de\ 5\ años\ \rightarrow \frac{4500}{15}\cdot 5=1500$$

$$Hijo\ de\ 8\ años\ \rightarrow \frac{4500}{15}\cdot 8=2400€$$

REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Repartir un número M, en partes inversamente proporcionales a varios dados a_1 , a_2 , a_3 ,... es hallar otros números b_1 , b_2, b_3,.... inversamente proporcionales a ellos, y cuya suma sea M

$$\frac{b_1}{1/a_1}=\frac{b_2}{1/a_2}=\frac{b_3}{1/a_3}=......=\frac{b_1+b_2+b_3+\dots}{1/a_1+1/a_2+1/a_3+\dots}=\frac{M}{1/a_1+1/a_2+1/a_3\dots\dots}$$

Como en el apartado anterior vamos a resolver un ejemplo de una manera más práctica.

Ejemplo. Un padre reparte 6600 € entre sus tres hijos de 2, 5 y 8 años de edad, en partes inversamente proporcionales a su edad. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

1) Tomamos los inversos de las edades

   $\frac{1}{2},\frac{1}{5},\frac{1}{8}$

2) Reducimos a común denominador

   $\frac{1}{2},\frac{1}{5},\frac{1}{8}=\frac{20}{40},\frac{8}{40},\frac{5}{40}$

3) Realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores (20, 8 y 5). Ahora es lo mismo que el apartado anterior pero haciendo el reparto directamente proporcional a 20, 8 y 5

Sumamos las edades 20+8+5=33

$$Hijo\ de\ 2\ años\ \rightarrow \frac{6600}{33}\cdot 20 = 4000€$$

$$Hijo\ de\ 5\ años\ \rightarrow \frac{6600}{33}\cdot 8 = 1600€$$

$$Hijo\ de\ 8\ años\ \rightarrow \frac{6600}{33}\cdot 5 = 1000€$$

PORCENTAJES

Un porcentaje es una razón con denominador 100. El total de una cantidad se expresa como el 100%. El 50 % equivale a la mitad de la cantidad. El 25 % es la cuarta parte de la cantidad .El 10 % es la décima parte de la cantidad.

Ejemplo:

Calcula el 23 % de 800: $800 \cdot \frac{23}{100} = 184$

Porcentajes encadenados:
Para aplicar sobre una misma cantidad dos o más porcentajes, se pasan a tantos por uno y se aplican sucesivamente-

DESCUENTO PORCENTUAL

El descuento es la diferencia entre la cantidad inicial y la cantidad final.

Si a una cantidad inicial (C_{0}) se le aplica una disminución del r %, la cantidad final (C_{f}) se calcula:

$$\boldsymbol{C_f = C_0\left(1 - \frac{r}{100}\right)}$$

Al descontarnos un r % de una cantidad inicial, la cantidad final será el (100 – x) %.

Ejemplo:

Al comprar un ordenador me ofrecen un 12 % de descuento por pagarlo al contado. He pagado 528 €. ¿Cuánto valía el ordenador sin descuento?

$$528 = C_0\left(1 - \frac{12}{100}\right) \qquad C_0 = \frac{528}{0,88} = 600\ €$$

Al aplicar el 12 % de descuento sólo pagaremos el 80 % de la cantidad inicial. Por lo tanto, además de la fórmula, podemos hacer el ejercicio de la siguiente forma:

100 % $\longrightarrow$ C_0
80 % $\longrightarrow$ 528

$$C_0 = \frac{528\cdot 100}{88} = 600\ €$$

INCREMENTO PORCENTUAL

El incremento es la diferencia entre la cantidad final y la cantidad inicial, ya que el tanto por ciento aplicado se añade a la cantidad inicial.

Si a una cantidad inicial (C_{0}) se le aplica un incremento del r %, la cantidad final (C_{f}) se calcula:

$$\boldsymbol{C_f = C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)}$$

Al incrementarnos un r % de una cantidad inicial, la cantidad final será el (100 + x) %.

Ejemplo:
Por no pagar una multa de 150 € me han aplicado un 12 % de recargo. ¿Cuánto he pagado al final?

$$C_f = 150\left(1+\frac{12}{100}\right) = 150 \cdot 1{,}12 = 168\ €$$

Al aplicar el 12 % de recargo (incremento), pagaremos el 112 % de la cantidad inicial. Por lo tanto, además de la fórmula, podemos hacer el ejercicio de la siguiente forma:

$100\ \% \longrightarrow 150$

$112\ \% \longrightarrow C_f$

$$C_f = \frac{150 \cdot 112}{100} = 168\ €$$

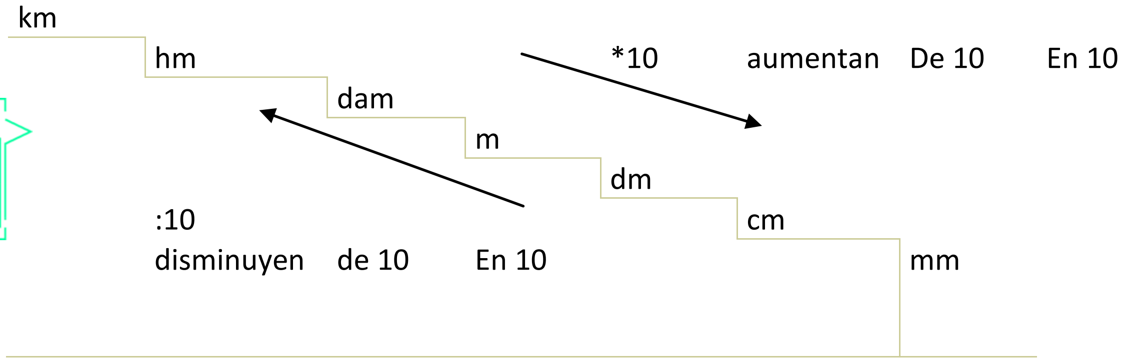
ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

La escala es una razón de proporcionalidad entre la medida representada y la medida real, expresadas en una misma unidad de medida. Por ejemplo, si en un mapa aparece señalada la siguiente escala (1:20 000), se interpreta que 1 cm del mapa representa 20 000 cm en la realidad. A la hora de resolverlo se puede aplicar el concepto de regla de tres directa.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

MEDIDAS DE LONGITUD

La unidad fundamental es el metro



MEDIDAS DE SUPERFICIE

La unidad fundamental es el metro cuadrado

km^2

hm^2 *100 aumentan De 100 en100

dam^2

m^2

dm^2

:100 cm^2

disminuyen De 100 En 100 mm^2

MEDIDAS AGRARIAS

La hectárea(ha) equivale al hectómetro cuadrado $1ha=1hm^2= 10000m^2$

La área (a) equivale al decámetro cuadrado

$1^a=1dam^2$

La centiárea(ca) equivale al metro cuadrado

$1ca=1m^2$

MEDIDAS DE VOLUMEN

La unidad fundamental es el metro cúbico

km^3

hm^3 *1000 aumentan De 1000 en 1000

dam^3

m^3

dm^3

:1000 cm^3

disminuyen 1000 en 1000 mm^3

MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad fundamental es el litro(l)

$1l=1dm^3$

Kl

hl *10 disminuye de 10 En 10

dal

l

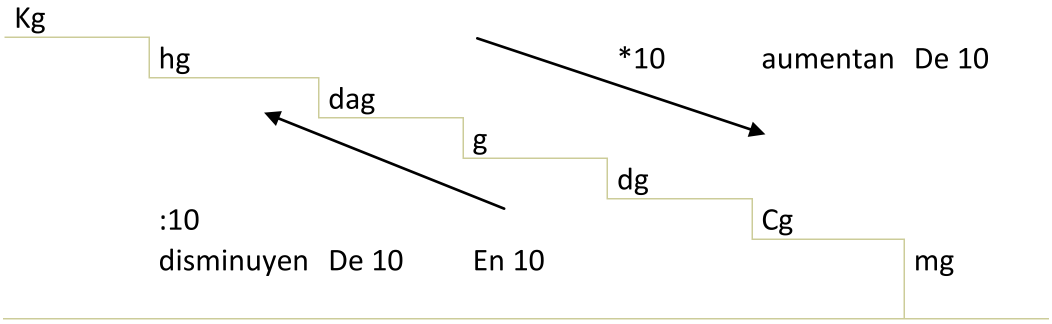
dl

:10 cl

aumentan De 10 En 10 ml

MEDIDAS DE PESO

La unidad fundamental es el gramo



ECUACIONES DE PRIMER GRADO

RESOLUCIÓN ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Regla de la suma: Si a los 2 miembros de una ecuación se le suma o resta el mismo número o la misma expresión a ambos lados de la igualdad la ecuación no varía.

Regla del producto: Si multiplicamos y dividimos los 2 miembros por un número distinto de 0, obtenemos una ecuación equivalente.

$3x+2-x=2x+8-6-5x-10$ Operamos términos semejantes.

$2x+2=-3x-8$

$2x+3x=-8-2$

Términos con x a un lado de la igualdad términos independientes al otro. Los elementos que están sumando pasan restando al otro lado del igual y viceversa.

$5x=-10;$

$x=\frac{-10}{5}$

$x=-2$

Operamos para dejar la incógnita sola, a un lado de la igualdad. El coeficiente que está multiplicando a la incógnita, pasa al otro lado de la igualdad dividiendo

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CONDENOMINADORES.

1) hallamos el m.c.m. de los denominadores

$\frac{3x+1}{2}-\frac{x-1}{3}+2=27$

$m.c.m=6$

2) dividimos el m.c.m. entre el denominador de cada fracción y lo multiplicamos por el numerador.

$\frac{3(3x+1)}{6}-\frac{2(x-1)}{6}+\frac{12}{6}=\frac{162}{6};$

3) A partir de este momento ya se resuelve como una ecuación siguiendo los pasos anteriores.

$3(3x+1)-2(x-1)+12=162$

$9x+3-2x+2+12=162$

$7x+17=162$

NOTA: Un número o signo delante de un paréntesis, afecta a todo el paréntesis.

$7x=145\Rightarrow x=\frac{145}{7}\Rightarrow x=20,71$

Sol.: $\boxed{x=20,71}$

FIGURAS PLANAS PROPIEDADES MÉTRICAS

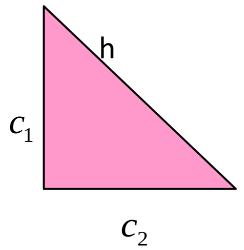
PROPIEDADES MÉTRICAS DE LAS FIGURAS PLANAS.

-SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO.

$$\mathbf{S = 180º \cdot (n - 2)}$$

-TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras nos indica una relación que existe entre los cuadrados de los lados de un triángulo y el cuadrado de la hipotenusa.



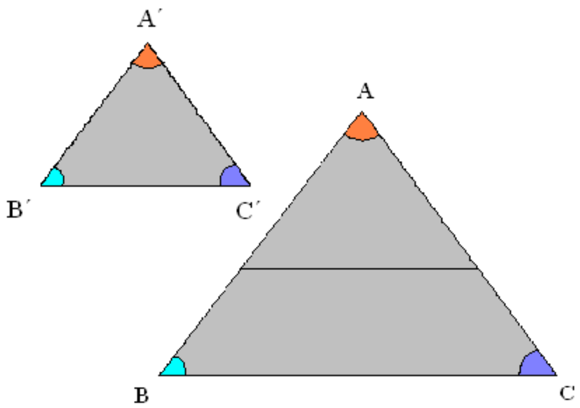
h→hipotenusa

c_1,c_2→catetos

La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa

$$\boxed{h^2 = c_1^2 + c_2^2}$$

-TRIÁNGULOS SEMEJANTES



1. Tienen dos ángulos correspondientes iguales.

Ejemplo: $\boxed{\hat{A} = \hat{A}'}$ y $\boxed{\hat{B} = \hat{B}'}$

2. Tienen un ángulo igual y proporcionales los lados que lo forman.

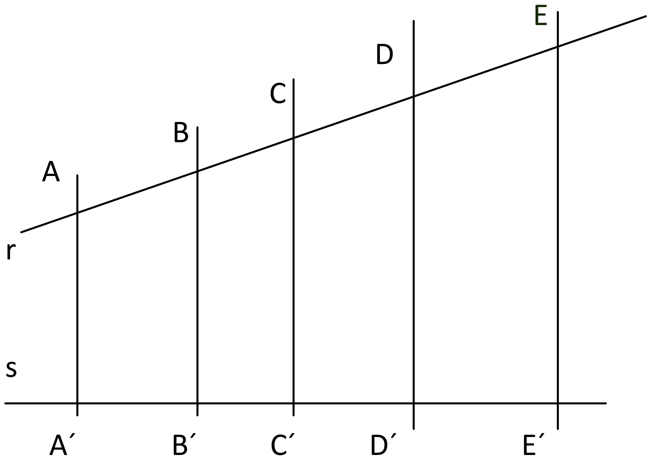
Ejemplo: $\boxed{\hat{B} = \hat{B}'}$ .Y $\boxed{\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}}$

3. Tienen sus lados homólogos y proporcionales .

Ejemplo: $\boxed{\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = k}$

NOTA 1: k es la razón de semejanza, que es la constante de proporcionalidad entre sus lados.
NOTA2: Si k es la razón de semejanza, en áreas es k^2 y en volúmenes k^3

-TEOREMA DE TALES



$$\boxed{\frac{AB}{A´B´}=\frac{BC}{B´C´}=\frac{CD}{C´D´}=\ldots}$$

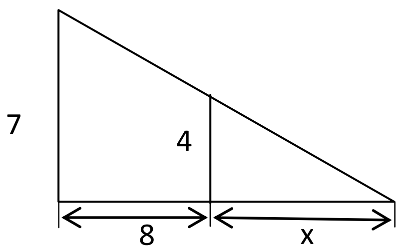
La constante de proporcionalidad se denomina razón de semejanza.

Ejemplo:

Supongamos que la distancia AB es de 3 cm y que la distancia A´B´ es de 1,5 cm, la razón sería $\frac{3}{1,5}$.

Ahora supongamos que la distancia entre BC es de 1 cm pues la distancia de B´C´ tiene que ser de 0,5. y la razón sería $\frac{1}{0,5}$. Podemos comprobar que $\frac{3}{1,5}=\frac{1}{0,5}=2$.

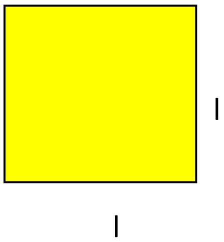
Otro caso de teorema de Tales muy típico son los triángulos en posición de Tales, lógicamente se mantiene el mismo principio. Pero se cambia un poco la forma de enunciarlo. Todos los lados de un triángulo son proporcionales en la misma razón a los lados de sus triángulos semejantes. Por lo tanto yo puedo formar una proporción entre dos lados. Para entenderlo mejor, se hallará el valor de x en el siguiente triángulo, basándonos en el concepto previamente explicado.



$$\frac{x}{x+8}=\frac{4}{7}\rightarrow 7x=4x+32\rightarrow 3x=32\rightarrow x=\frac{32}{3}=10,\widehat{6}$$

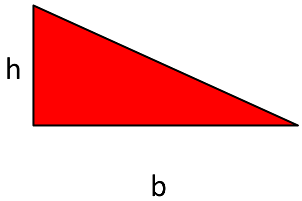
FIGURAS PLANAS

Cuadrado



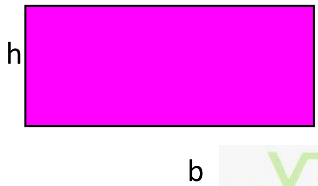
$$\boxed{S = lxl}$$

Triángulo



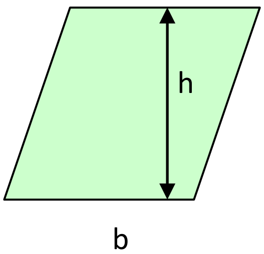
$$\boxed{S = \frac{bxh}{2}}$$

Rectángulo



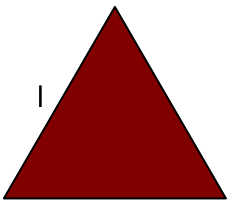
$$\boxed{S = bxh}$$

Paralelogramo



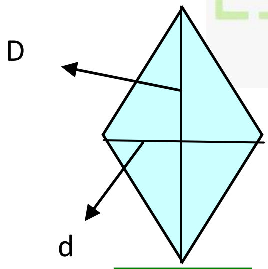
$$\boxed{S = bxh}$$

Triángulo equilátero



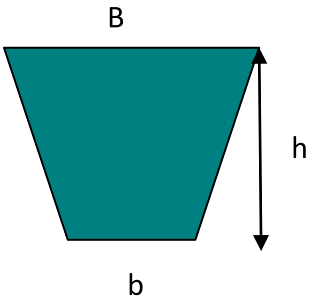
$$\boxed{S = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}}$$

Rombo



$$\boxed{S = \frac{Dxd}{2}}$$

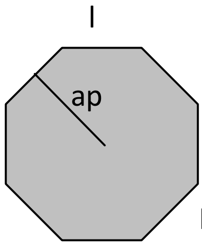
Trapecio



$$\boxed{S = \left(\frac{B+b}{2}\right)xh}$$

Polígonos Regulares

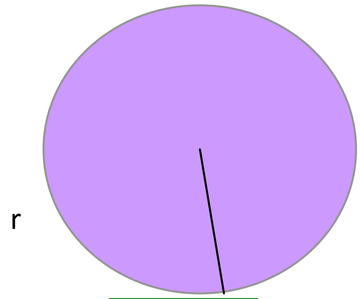
ap= apotema



pe= perímetro (lasuma de sus lados)

$$\boxed{S = \frac{\mathrm{pe} \cdot \mathrm{ap}}{2}}$$

Circunferencia y círculo



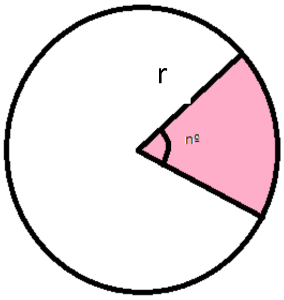
r= radio

L= longitud de la circunferencia

$$\boxed{L = 2\Pi r}$$

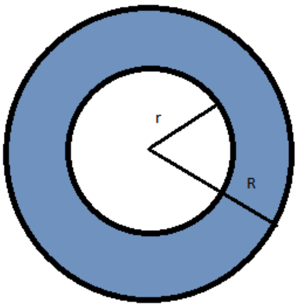
$$\boxed{S = \Pi r^2}$$

Sector Circular



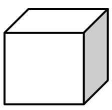
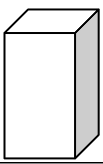
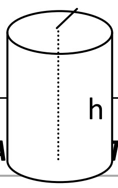
$$\boxed{S = \frac{\Pi \cdot r^2 \cdot n^o}{360^o}}$$

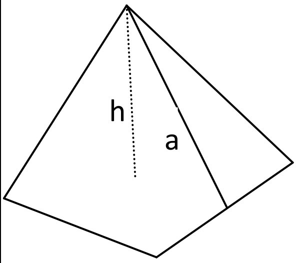
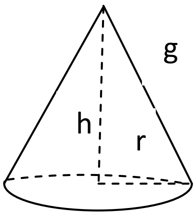
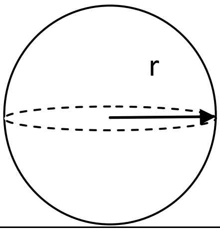
Corona Circular



$$\boxed{S = \Pi(R^2 - r^2)}$$

CUERPOS GEOMÉTRICOS

CUERPOS	AREAS		VOLÚMENES
	LATERAL	TOTAL	
 a	$A_L = 4a^2$	$A_T = 6a^2$	$V = a^3$
 h	$A_L = P(perimetro\ base) \cdot h$	$A_T = A_L + 2A_B$	$V = A_B \cdot h$
 r h g	$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot g$	$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

	$A_L = \frac{P \cdot a}{2}$	$A_T = A_L + A_B$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$
	$A_L = \pi \cdot r \cdot g$	$A_T = A_L + A_B$	$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$
	$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$		$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

EXPRESIÓN GRÁFICA

DEFINICIONES PREVIAS

CONCEPTO DE FUNCIÓN

Función es una aplicación en la que se relaciona un conjunto inicial A (un conjunto cualquiera de números) y un conjunto final B que es el conjunto $\Re$ de los números reales.

$$A \xrightarrow{f(x)} B$$

El conjunto A se le denomina dominio o campo de existencia.

CONSTANTES Y VARIABLES

Constante: Es un valor fijo y determinado

Variables: Se designan por letras que pueden tomar distintos valores. Se clasifican en: independientes y dependientes.

Variables independientes: Representa a cualquier elemento del campo de existencia. (se suele representar por la letra “x”)

Variables dependientes: Representa la imagen de x en el conjunto final. (se suele representar por la letra "y" o $f(x)$)

Ejemplo:

Suponemos que el precio de las manzanas es de 2 Euros el kg. Y queremos hacer una función que nos de el coste en función del número de kilogramos que compró.

Kg. de frutas que compró $\longrightarrow$ es la variable independiente "x"

Costes $\longrightarrow$ es la variable dependiente "y" *("depende" del número de kg que compremos)*

La función sería $y = 2 \cdot x$

Elijo comprar 6 kg., al sustituir la x por 6 nos da el coste $y = 2 \cdot 6 = 12$ euros

Esta función es de proporcionalidad directa $y = m \cdot x$ (pasa por el origen)

FUNCIÓN AFÍN

Se llama función lineal o función de primer grado, a toda expresión de la forma:

$$\boxed{f(x) = mx + n}$$

1) El valor de "m" se llama **pendiente de la recta** y depende del ángulo que forme con el eje x.

2) El valor de "n" se llama **ordenada en el origen** y define el punto en el que la recta corta al eje y.

(Su representación gráfica es siempre en una línea recta)

Ejemplo: $f(x) = 2x - 3$

Se forma una tabla de valores sustituyendo los valores que nosotros asignemos a la variable "x" en la función. En este caso $y = 2x - 3$.

x	y
-1	-5
0	-3
1	-1
2	1
4	5

Quedándonos los puntos (-1,-5), (0,-3), (1,-1), (2,1), (4,5). Que a continuación los representamos:

NOTA:*Recordemos que en las coordenadas de un punto siempre se pone primero el valor de la "x" que se representa en el eje de abscisas y después el de la "y" que se representa en el eje de ordenadas.*

Figura 1 Representación de la función lineal $f(x)=2x-3$